Okruhy témat k Státní závěrečné bakalářské zkoušce

Matematika se zaměřením na vzdělávání

Geometrie:

1. Vektorové prostory nad tělesem. Definice, základní vlastnosti. Lineární kombinace vektorů. Lineární závislost a nezávislost vektorů. Báze a dimense vektorového prostoru, jejich průnik a spojení. Souřadnice vektoru v dané bázi. Lineární zobrazení vektorových prostorů.

2. Afinní prostory. Definice afinního prostoru. Souřadnicová soustava v afinním prostoru, zejména zavedení souřadnicového systému v rovině. Bod a jeho souřadnice. Parametrické a neparametrické vyjádření podprostoru afinního prostoru. Určení přímky v A_2, A_3 a roviny v A_3.

3. Vzájemná poloha podprostorů afinního prostoru. Definice rovnoběžnosti, různoběžnosti a mimoběžnosti podprostorů afinního prostoru. Dimense průniku a spojení dvou různoběžných podprostorů. Vzájemná poloha bodů, přímek a rovin v A_2 a v A_3. Příčka dvou mimoběžných přímek.

4. Eukleidovské prostory. Metrika a metrický prostor. Definice eukleidovského prostoru. Kartézský systém souřadnic a jeho význam.. Definice kolmosti podprostorů vektorových a euklidovských prostorů. Ortogonální doplněk množiny vektorů. Podprostory totálně kolmé. Ortogonální průmět bodu a přímky do podprostoru. Kolmost přímek a rovin v E_2 a v E_3.

5. Vzdálenost dvou podprostorů euklidovského prostoru. Vzdálenost dvou bodů. Vzdálenost dvou podmnožin nositelky euklidovského prostoru. Vzdálenost bodu od přímky v E_2, vzdálenost bodu od roviny v E_3. Vzdálenost dvou rovnoběžných přímek a rovin v E_3. Osa dvou mimoběžných přímek v E_3.

6. Odchylky. Odchylka dvou vektorů. Odchylka dvou přímek. Odchylka přímky od roviny v E_3. Vyjasnit rozdíl mezi pojmem odchylky a pojmem úhlu. Odchylka dvou rovin v E_3.

7. Shodná zobrazení. Definice a vlastnosti shodných zobrazení. Souměrnosti podle přímky, podle středu a podle roviny v E_2 a v E_3. Samodružné body a směry shodných transformací. Klasifikace shodných transformací.

8. Podobná zobrazení. Definice a vlastnosti stejnolehlosti. Skládání stejnolehlostí. Mongeova grupa. Stejnolehlost kružnic. Definice a vlastnosti podobných zobrazení. Samodružné body podobných zobrazení. Grupa podobných transformací prostoru.

9. Klasifikace afinních transformací. Základní afinity, směr základní afinity. Rovnoběžné promítání do nadroviny. Základní afinity v E_2.

10. Kuželosečky. Definice kuželoseček a jejich vlastnosti, zejména vlastnosti ohniskové. Konstrukce paraboly, hyperboly a elipsy. Rovnice kuželosečky a její rozbor (obecná rovnice kuželosečky).

Matematická analýza:

1. Funkce. Pojem funkce, elementární funkce, jejich definice, průběh a graf.

2. Limita. Vlastní a nevlastní limita funkce v bodě, limita funkce v nevlastním bodě, spojitost funkce v bodě a intervalu. Věty o spojitých funkcích.

3. Derivace. Derivace funkce v bodě a v intervalu, geometrický a fyzikální význam pojmu derivace. Obecná pravidla pro derivování funkcí.

4. Derivace vyšších řádů. Derivace vyšších řádů a jejich využití při úlohách na extrémy. (Výpočet lokálního minima a maxima).

5. Průběh funkce. Využití derivací k vyšetřování průběhu funkce jedné proměnné. Sestrojování grafu funkce (definiční obor, monotónnost, lokální a absolutní extrémy, konvexnost, konkávnost, inflexní body, asymptoty).

6. Funkce dvou proměnných. Definiční obor, obor hodnot, limita v bodě, spojitost v bodě a na množině. Parciální derivace a jejich geometrický význam, totální diferenciál a souvislost s tečnou rovinou v bodě plochy.

7. Neurčitý integrál. Neurčitý integrál a základní metody integrace (metoda substituční, per partes, integrace racionální funkce, integrace goniometrických funkcí).

8. Určitý integrál. Newtonův a Riemannův určitý integrál. Definice, základní vlastnosti. Způsob užití v geometrii (výpočet obsahu rovinného obrazce, výpočet délky oblouku křivky, výpočet objemu rotačních těles, výpočet obsahu rotační plochy).

9. Číselné posloupnosti a číselné řady. Limita posloupnosti. Aritmetické a geometrické posloupnosti. (Vzorce pro n-tý člen posloupnosti a pro součet prvních n členů posloupnosti.) Číselné řady, jejich konvergence a divergence. Řady s nezápornými členy, alternující řady, řady s libovolnými členy, kriteria konvergence.

10. Taylorův a Maclaurinův vzorec a Taylorova a Maclaurinova řada funkce jedné proměnné. Rozvoje elementárních funkcí a jejich užití.

Algebra:

1. Základní poznatky z výrokového a predikátového počtu, relace a zobrazení. Formule. Kartézský součin množin, kartézská mocnina, relace, jejich vlastnosti a grafické znázornění. Relace ekvivalence v množině a její souvislost s rozkladem množiny. Relace uspořádání a její vlastnost. Zobrazení jako relace, grafické znázornění, skládání zobrazení, zobrazení inverzní.

2. Algebraické struktury. Operace na množině, vlastnosti operací. Pojem algebraické struktury. Pologrupa, grupa, okruh, obor integrity a těleso. Homomorfní a izomorfní zobrazování algebraických struktur.

3. Matice a determinanty, soustavy lineárních rovnic. Matice, druhy matic, hodnost matice. Permutace, definice determinantu, subdeterminanty, doplňky k prvku v determinantu. Věta o rozvoji determinantu podle prvků řady. Souvislost matic se soustavami lineárních rovnic, matice soustavy a rozšířená matice soustavy. Pojem řešení soustavy lineárních rovnic, soustavy ekvivalentní. Věty o řešení soustav lineárních rovnic. Gaussův algoritmus, množina řešení homogenní a nehomogenní soustavy.

4. Polynomy. Konstrukce polynomů. Odvození vlastností polynomů. Souvislost mezi algebraickou a funkční definicí polynomů nad oborem integrity.

5. Kořeny polynomů. Hornerovo schéma. Derivace polynomu. Algebraické a transcendentní prvky nad tělesem. Dělitelnost polynomu kořenovým činitelem, rozklad v součin kořenových činitelů. Základní věta algebry. Rozklady polynomů v K[x] a R[x] v součin ireducibilních prvků.

6. Teorie dělitelnosti. Základní pojmy teorie dělitelnosti v oboru integrity. Největší společný dělitel a nejmenší společný násobek. Prvočinitelé a ireducibilní prvky, eukleidovské a Gaussovy obory integrity. Kongruence modulo m v Z, okruhy zbytkových tříd modulo m, charakteristika oboru integrity. Fermatova věta a Eulerova funkce a jejich význam.

7. Podílové grupy a tělesa. Vnoření komutativní pologrupy do grupy. Lagrangeova věta. Faktorové grupy. Homomorfní zobrazení grup. Podílové těleso oboru integrity. Uspořádané grupy a okruhy.

8. Konstrukce číselných oborů. Konstrukce přirozených, celých a racionálních čísel. Odvození vlastností operací a uspořádání. Konstrukce tělesa reálných a komplexních čísel.

9. Řešení algebraických rovnic. Algebraická řešitelnost rovnic druhého, třetího a čtvrtého stupně. Speciální typy algebraicky řešitelných rovnic vyšších stupňů. Základní numerické metody řešení rovnic.

10. Svazy a Booleovy algebry. Svaz, podsvaz a homomorfismy svazů. Úplné svazy. Distributivní a modulární svazy. Booleovy algebry a jejich množinová reprezentace. Aplikace svazů a Booleových algeber.